



İSTANBUL İL MİLLİ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜ
İSTANBUL BİLİM OLİMPİYATLARI – 2017

LİSE MATEMATİK SINAVI

10 Mayıs 2017 Çarşamba, 09.30 - 12.30

Öğrencinin,

Adı Soyadı :

T.C. Kimlik No :

Okulu / Sınıfı :

Sınav Merkezi :

1. Bir ABC üçgeninin AB ve AC kenarları üzerinde sırasıyla D ve E noktaları alınıyor. BE ve CD doğruları K noktasında kesişiyor. BDK , CEK ve BKC üçgenlerinin alanları sırasıyla 3, 4 ve 6 olduğuna göre ABE üçgeninin alanı nedir?

- a) $\frac{15}{2}$ b) $\frac{19}{2}$ c) $\frac{25}{2}$ d) $\frac{27}{2}$ e) $\frac{47}{2}$

2. n pozitif bir tam sayı olmak üzere $n^{2017} + n^{1009} - 2n$ sayısının birler basamağı kaç farklı değer alır?

- a) 1 b) 2 c) 5 d) 9 e) Hiçbiri

3. $\frac{a^3 + 4b^3}{a + 4b} = ab$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ nin alabileceği değerler toplamı nedir?

- a) 0 b) 1 c) 3 d) 5 e) Hiçbiri

4. $\{1, 2, 3, \dots, 2n\}$ kümesinden, tam olarak bir ortak elemanı bulunan A ve B alt kümeleri kaç farklı şekilde seçilebilir?

- a) $n \cdot 2^{2n-1}$ b) $n \cdot 2^{2n}$ c) $n \cdot 3^{2n}$ d) $2n \cdot 3^{2n-1}$ e) Hiçbiri

5. C açısının ölçüsü 90° olan bir ABC üçgeninin BC kenarı üzerindeki bir D noktası için $m(\widehat{BAC}) = 3 \cdot m(\widehat{CAD})$ dir. $|AB| = 16$, $|BD| = 8$ olduğuna göre, $|AC|$ nedir?
- a) 10 b) $8\sqrt{2}$ c) $3\sqrt{15}$ d) 12 e) Hiçbiri

6. n tam sayısının 2016 ile bölünmesinden elde edilen kalan 1007 dir. $m = 2017^n + 1$ olmak üzere

$$S = 1^n + 2^n + \dots + m^n$$

toplamının 2017 ile bölünmesinden elde edilen kalan nedir?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 1007 e) 2016

7. a, b, c pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$194 - \frac{1}{194 - \frac{1}{194 - \frac{1}{194 - \frac{1}{\ddots}}}} = \left(\frac{\sqrt{p} + \sqrt{q}}{r} \right)^8$$

eşitliğini sağlayan p, q, r tam sayılarının 1 den büyük tam kare böleni yoktur. Buna göre $p \cdot q \cdot r$ çarpımının değeri nedir?

- a) 24 b) 28 c) 30 d) 36 e) Hiçbiri

8. Ne tam kare ne tam küp olan n pozitif tam sayısı için $n + 2$ bir milyondan büyük değildir. Bu şartı sağlayan n lerin sayısı N olduğuna göre, N nin kaç basamağında 9 rakamı bulunur?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

9. $ABCD$ konveks dörtgeninin köşegenleri P noktasında kesişmektedir. $m(\widehat{ADB})=15^\circ$, $|AD|=|DC|$, $|AC|=|BD|$, $|PD|=1$ ve $|PC|=|PA|+1$ olduğuna göre, $|AB|$ uzunluğu kaç birimdir?

a) $\sqrt{2}-1$

b) $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$

c) $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$

d) $\sqrt{3}-1$

e) Hiçbiri

10. m ve n tam sayılar olmak üzere $7m+2=3^n-5^n$ denklemini sağlayan, 2017 ye en yakın üç n tam sayısının toplamı nedir?

a) 6049

b) 6050

c) 6052

d) 6053

e) 6054

11. $(x^2 + y^2 + z^2)^2 - 3(x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2) = 24$

denklemini sağlayan (x, y, z) tam sayı üçlüleri kaç tanedir?

a) 1

b) 2

c) 4

d) Sonsuz sayıda

e) Hiçbiri

12. Aslı ile Burhan, kazananın 3 kaybedenin 1 puan aldığı bir oyun oynuyorlar. Beraberlik halinde ise ikiyeşer puan alıyorlar. 8 oyun sonunda 20 puanı bulunan Aslı, bu puanları kaç farklı yolla toplar.

a) 165

b) 256

c) 266

d) $C(19,7)$

e) $C(27,7)$

13. A, B, C noktaları doğrusal olmak üzere, sırasıyla A ve B noktalarından geçen w_1, w_2 eş çemberleri C ve P noktalarında kesişiyor. Q noktası AB doğrusu üzerinde, $m(\widehat{APQ}) = m(\widehat{QPB})$ ve $|AB| = |CP|$ olduğuna göre, $(|BP|^2 + |CQ|^2) / |AQ|^2$ oranı kaçtır?

- a) 5 b) $3\sqrt{3}$ c) $4\sqrt{2}$ d) Sabit değildir e) Hiçbiri

14. $\frac{201}{7}(20^{17^{2017}} + 1)$ sayısının 7 ile bölünmesinden elde edilen kalan nedir?

- a) 0 b) 1 c) 3 d) 6 e) Hiçbiri

15. $x^5 + 2x^4 - 16x^2 - 21x - 6 = 0$ denkleminin reel köklerinin toplamı nedir?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) Reel kök yoktur e) Hiçbiri

16. n özdeş bilye 3 kutuya rastgele dağıtılıyor. Bu dağıtımın sonunda tam olarak 3 top bulunan en az bir kutu bulunma olasılığı P_n ise $\frac{P_7}{P_8} - \frac{P_6}{P_7}$ nedir?

- a) 0 b) $1/44$ c) $2/81$ d) $139/242$ e) Hiçbiri

17. $m(\widehat{C}) < 60^\circ$ olan bir ABC üçgeninin iç bölgesindeki bir P noktası için $m(\widehat{ABP}) = 12^\circ$, $m(\widehat{PBC}) = m(\widehat{PCB}) = 18^\circ$ ve $|AC| = |CP|$ olduğuna göre BAP açısının ölçüsü kaç derecedir?

- a) 12 b) 18 c) 24 **d) 30** e) Hiçbiri

18. $m^2 = n^2 + 12n$ denklemini sağlayan m, n tam sayıları için n nin alabileceği farklı değerlerin toplamı nedir?

- a) -32 **b) -24** c) -16 d) -12 e) -8

19. $k + (k-1)(x+y+z) + (k-2)(xy+yz+zx) + (k-3)xyz = 0$

denkleminin pozitif reel sayılarda (x, y, z) çözümlerinin var olmasını sağlayan k tam sayıları için $x + y + z$ toplamının alabileceği en küçük değerlerin çarpımı nedir?

- a) 0 b) 6 c) 27/2 d) 18 **e) Hiçbiri**

20. Aslı ile Burhan başlangıçta yerde bulunan n tane taşın sırayla bir miktar taş alınan bir oyun oynuyorlar. Oyuna Aslı başlıyor ve yerden n nin bir böleni kadar taş alıyor. Burhan kalan taş sayısının bir pozitif böleni kadar taş alıyor. Böylece devam ediyorlar ve son taşı alan oyunu kaybediyor.

n nin 255, 513, 1025, 2017, 2049 değerlerinden kaç tanesi için oyunu Burhan kazanır?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 **e) 5**

21. Bir düzgün 2018 -genin köşelerinden geçen çemberin çap uzunluğu 1 birimdir. Buna göre, bu düzgün çokgenin bir köşesinden diğer tüm köşelere çizilen doğru parçalarının uzunluklarının kareleri toplamı kaç birimdir?

- a) 63 b) 126 c) 256 d) 1008 e) Hiçbiri

22. n bir pozitif tam sayı olmak üzere, $8n^2 + 90n + 1$ sayısı 2017 nin bir tam katıdır. Buna göre n nin alabileceği, sıfıra en yakın iki değerin toplamı kaçtır?

- a) 8 b) 45 c) 493 d) 1232 e) Hiçbiri

23. $0 \leq x \leq y \leq 1$ olan x, y reel sayıları için $xy^2 - x^2y$ en çok kaçtır?

- a) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{1}{2}$ d) 1 e) Hiçbiri

24. 20^{17} , farklı üç tam sayının çarpımı olarak kaç farklı şekilde yazılır?

- a) 53422 b) 53584 c) 53622 d) 53784 e) Hiçbiri

25. Düzlemde A, B, C, D noktaları veriliyor. AB ve CD ışınları bir P noktasında; AD ve BC doğruları Q noktasında; ABD üçgeninin çevrel çemberi CD ve CB doğrularını sırasıyla $K(\neq D)$ ve $L(\neq B)$ noktalarında kesiyor. $|PB|=|PD|$, $|AB|=|BQ|$, $|CB|=|CP|$ ve $m(\widehat{BAQ})=40^\circ$ ise $\frac{\sin(\widehat{ABK})}{\sin(\widehat{DBL})} \cdot \frac{|PQ|}{|DL|}$ oranı kaçtır?
- a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) 1 c) $\sqrt{3}$ d) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ e) Hiçbiri

26. n pozitif tam sayı olmak üzere $m = 20^{17}(1 + \sqrt{44n^2 + 1})$ bir tam sayı ise
- I) m tam karedir II) n en az 30 dur III) $n \equiv 0 \pmod{10}$
 IV) m nin 10^{18} ler basamağı 2 dir. V) m en az $2^{40} \cdot 5^{20}$ dir
- ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?
- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) Hiçbiri

27. $(x-y)\sqrt{y} = \sqrt{x}$
 $(x+y)\sqrt{x} = 6\sqrt{y}$
- denkleminin pozitif reel sayılarda k tane (x_i, y_i) çözümü vardır. Buna göre,
- $$\sum_{i=1}^k (x_i^2 + y_i^2)$$
- toplamının değeri nedir?
- a) 10 b) 25 c) $35/2$ d) $27/4$ e) Hiçbiri

28. Her birinde n tane bilye bulunan üç kutudan her seferinde iki tanesi seçilip birer tane bilye alınıyor ve üçüncü kutuya bir bilye konuyor. Böylece devam edilerek; n nin 81, 503, 729, 730, 1024, 2017 değerlerinden kaç tanesi için üç kutuda toplam 1 bilye bırakılabilir.
- a) 2 b) 4 c) 5 d) 6 e) Hiçbiri

29. $m(\widehat{ABC}) < m(\widehat{ACB})$ olan bir ABC üçgeninin iç teğet çemberinin merkezi I noktası olmak üzere; BIC üçgeninin çevrel çemberi AC kenarını C den farklı bir E noktasında, AB kenarını B den farklı bir D noktasında kesiyor. AIE üçgeninin çevrel çemberinin I noktasından geçen çapı, IE doğrusuna E noktasında dik olan l doğrusuyla A' noktasında; l doğrusu BIC üçgeninin çevrel çemberiyle E den farklı bir F noktasında kesişiyor. $|CF| = 2 \cdot |BI|$ olduğuna göre $\frac{EA'(BC + DE)}{DE(A'I + IC)}$ oranı kaçtır?

- a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\sqrt{2}$ d) Sabit değildir e) Hiçbiri

30. Basamaklarının sayı değerleri toplamı 4 olan bir pozitif tam sayının 4. kuvvetinin basamaklarının sayı değerleri toplamı en çok kaçtır?

- a) 103 b) 112 c) 121 d) 130 e) Hiçbiri

31. Her x, y reel sayı çifti için $(x - y)^2 f(x + y) - (x + y)^2 f(x - y) = y(2x^2 - 2y^2)^2$ ve $f(1) = 0$ olduğuna göre $f(5)$ nedir?

- a) 96 b) 100 c) 150 d) 200 e) Hiçbiri

32. 5×5 satranç tahtasına, herhangi biri tam olarak iki atı tehdit edecek şekilde, en fazla kaç at yerleştirilebilir?

- a) 9 b) 12 c) 13 d) 16 e) 17

ÖĞRENCİLERİN DİKKATİNE

- Bu sınav çoktan seçmeli 32 sorudan oluşmaktadır, süre 180 dakikadır.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı cevap kâğıdınızdaki ilgili kutucuğu **tamamen karalayarak** işaretleyiniz. Soru kitapçığındaki hiç bir işaretleme değerlendirmeye alınmayacaktır.
- **Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürmektedir.** Boş bırakılan soruların değerlendirmede olumlu ya da olumsuz bir etkisi olmayacaktır.
- Sorular zorluk sırasında DEĞİLDİR. Dolayısıyla yanıtlamaya geçmeden önce bütün soruları gözden geçirmeniz önerilir.
- Sınavda herhangi bir yardımcı materyal, elektronik hesap makinesi ya da karalama kağıdı kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sorularda hata olması düşük bir olasılıktır. Böyle bir durumda sınav komitesi gerekeni yapacaktır. Bu durumda size düşen en doğru olduğuna karar verdiğiniz seçeneği işaretlemenizdir. Ancak, sınava giren aday eğer bir sorunun yanlış olduğundan emin ise itiraz için, sınav soruları ve cevap anahtarı İl Milli Eğitim'in web sayfasında yayımlandıktan sonra 3 iş günü içerisinde, kanıtları ile birlikte, İl Milli Eğitim Müdürlüğü'ne yazılı olarak başvurması gerekir; bu tarihten sonra yapılacak başvurular işleme konmayacaktır. Sadece sınava giren adayın sorulara itiraz hakkı vardır, üçüncü kişilerin sınav sorularına itirazı işleme alınmayacaktır.
- İstanbul Bilim Olimpiyatları - 2017 Sınavı'nda sorulan soruların üçüncü kişiler tarafından kullanılması sonucunda doğacak olan hukuki sorunlardan İl Milli Eğitim Müdürlüğü ve Olimpiyat Komitesi sorumlu tutulamaz. Olimpiyat komitesi, bu tür durumlarda sorular ile ilgili görüş bildirmek zorunda değildir.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır. Görevliler kopya çekmeye veya vermeye kalkışanları uyarmak zorunda değildir, sorumluluk size aittir.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- Sınav süresince sınava giriş belgenizi ve resimli bir kimlik belgesini masanızın üzerinde bulundurunuz.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kâğıdınızı ve soru kitapçığını görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

BAŞARILAR DİLERİZ

NOT: Metin içinde kullanılan bazı gösterimlerin anlamları aşağıda verilmiştir.

AB	A ve B noktalarından geçen doğru
$[AB]$	A ve B noktalarını birleştiren doğru parçası
$ AB $	$[AB]$ nin uzunluğu
$m(\widehat{ABC})$	ABC açısının ölçüsü